VAP6(2009/6/15)

$\boxed{1}$ 曲面 $x^2-y^2+z^2=6$ の概形を図示し、点 $(1,2,3)$ における接平面の方程式を求めよ。

図は省略する。

$$f(x,y,z)=x^2-y^2+z^2$$

とおけば、

$$\begin{aligned}\nabla f(x,y,z)&=(2x,-2y,2z)\\ \nabla f(1,2,3)&=(2,-4,6)\end{aligned}$$

よって接平面の方程式は

$$\begin{aligned}2(x-1)-4(y-2)+6(z-3)&=0\\ x-2y+3z&=6.\end{aligned}$$

$\boxed{2}$ パラメータをつかって $\overrightarrow{r}(u,v)=(\log(u^2+v^2+1),uv,\sin(u-v))$ と表される曲面上の点 $\overrightarrow{r}(a,b)$ における法線ベクトルを求めよ。

$$\overrightarrow{r}_u=\left(\frac{2u}{u^2+v^2+1},v,\cos(u-v)\right)$$

$$\overrightarrow{r}_v=\left(\frac{2v}{u^2+v^2+1},u,-\cos(u-v)\right)$$

$$\overrightarrow{r}_u\times\overrightarrow{r}_v=\left(-(u+v)\cos(u-v),\frac{2}{u^2+v^2+1}(u+v)\cos(u-v),\frac{2}{u^2+v^2+1}(u^2-v^2)\right)$$

よって $\overrightarrow{r}(a,b)$ における法線ベクトルは

$$\left(-(a+b)\cos(a-b),\frac{2}{a^2+b^2+1}(a+b)\cos(a-b),\frac{2}{a^2+b^2+1}(a^2-b^2)\right)$$