集合論入門 $4(2001/7/23)$

問題 $\boxed{1}$ は解答用紙の表に、問題 $\boxed{2}$ は裏に解答すること。

$\boxed{1}$

(i) 可算集合の部分集合は有限かまたは可算であることを示せ。

(ii) 2 つの集合 A, B に対して、和集合 $A \cup B$ が可算集合であれば、A か B のどちらか一方は可算集合であることを示せ。

$\boxed{2}$

(i) 関数 $y = x + \dfrac{1}{x}$ のグラフを描け。

(ii) 集合 $\left\{ n + \dfrac{1}{n};\ n \in \mathbb{N} \right\}$ の上限と下限を求めよ。

(iii) 集合 $\left\{ \dfrac{n}{n^2+1};\ n \in \mathbb{N} \right\}$ の上限と下限を求めよ。

$\boxed{3}$ 集合 $C = \{m + \sqrt{2}n; m, n \in \mathbb{N}\}$ に対して、$\mathbb{N}$ から C への全単射を具体的に作り、C が可算集合であることを示せ。