

問題 [1] は解答用紙の表に、問題 [2] は裏に解答すること。

[1]

- (i) 可算集合の部分集合は有限かまたは可算であることを示せ。
- (ii) 2つの集合 A, B に対して、和集合 $A \cup B$ が可算集合であれば、 A か B のどちらか一方は可算集合であることを示せ。

[2]

- (i) 関数 $y = x + \frac{1}{x}$ のグラフを描け。
- (ii) 集合 $\left\{ n + \frac{1}{n}; n \in \mathbb{N} \right\}$ の上限と下限を求めよ。
- (iii) 集合 $\left\{ \frac{n}{n^2 + 1}; n \in \mathbb{N} \right\}$ の上限と下限を求めよ。

[3] 集合 $C = \{m + \sqrt{2}n; m, n \in \mathbb{N}\}$ に対して、 \mathbb{N} から C への全単射を具体的に作り、 C が可算集合であることを示せ。