集合論入門 $3(2001/7/9)$

問題 $\boxed{1}$ は解答用紙の表に、問題 $\boxed{2}$ は裏に解答すること。計算だけで説明のない答案は大幅減点。

$\boxed{1}$

(i) 可算集合の定義を述べよ。

(ii) A, B が可算集合であるとき、積集合 $A \times B$ も可算集合であることを示せ。

(iii) 自然数 n に対して、積集合 $\mathbb{N}^n = \mathbb{N} \times \cdots \times \mathbb{N}$ は可算集合であることを示せ。ここで、$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

$\boxed{2}$

(i) 有界集合の定義を述べ、それに基づいて、集合 $A = \{\frac{m}{n}; m, n$ は自然数 $\}$ が有界かどうか、判定せよ。

(ii) 集合 $B = \{t - t^2; t$ は $0 < t < 1$ である無理数 $\}$ に対してその上限と下限を求めよ。