GT 03/06/23

問題 1 の答えは解答用紙の表に、問題 2 の答えは裏に記入すること。

1

(i) 4 次の置換群 S_4 は、位数 5 の要素を持たないことを示せ。

(ii) 群 G の要素 g の位数を計算するための方法について説明した上で、4 次の置換群 S_4 の中で、位数 $2, 3, 4$ の要素を具体的に一つずつ挙げよ。

2 0 または 1 を 4 個並べた数列全体の集合 X を考える。

(i) 4 次の置換群 S_4 の X への(左)作用を、$\sigma \in S_4, x = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in X$ に対して

$$\sigma x = (x_{\sigma^{-1}(1)}, x_{\sigma^{-1}(2)}, x_{\sigma^{-1}(3)}, x_{\sigma^{-1}(4)})$$

で定義する。

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad x = (0, 0, 1, 1)$$

であるとき σx, $\sigma^{-1} x$ を求めよ。

(ii) 上で定義した S_4 の X への作用に関する、集合 X の軌道分解を具体的に求め、軌道の個数 $|S_4 \backslash X|$ および不動点の個数について調べよ。