1

(i) 群と部分群の定義を述べよ。

(ii) 次の集合が行列の積に関して群になるかどうか、理由を付けて述べよ。

$A = \{T; T$ は 2 次の直交行列で行列式の値が $-1\}$,
$B = \{T; T$ は実数を成分とする 2 次の行列 $\}$,
$C = \{T; T$ は整数を成分とする 2 次の行列で行列式の値が $1\}$.

2

(i) 直交行列

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

から生成される $O(3)$ の部分群を G とするとき、G のすべての要素を具体的に求めよ。

(ii) (i) で与えた群 G の数ベクトル空間 $\mathbf{R}^3$ への作用を行列と縦ベクトルの積で定めるとき、ベクトル

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

を通る軌道に含まれるすべてのベクトルを具体的に求めよ。