

1

- (i) 群と部分群の定義を述べよ。
- (ii) 次の集合が行列の積に関して群になるかどうか、理由を付けて述べよ。

$$A = \{T; T \text{ は } 2 \text{ 次の直交行列で行列式の値が } -1\},$$

$$B = \{T; T \text{ は実数を成分とする } 2 \text{ 次の行列}\},$$

$$C = \{T; T \text{ は整数を成分とする } 2 \text{ 次の行列で行列式の値が } 1\}.$$

2

- (i) 直交行列

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

から生成される $O(3)$ の部分群を G とするとき、 G のすべての要素を具体的に求めよ。

- (ii) (i) で与えた群 G の数ベクトル空間 \mathbb{R}^3 への作用を行列と縦ベクトルの積で定めるとき、ベクトル

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

を通る軌道に含まれるすべてのベクトルを具体的に求めよ。