

1

- (i) パラメータ  $y$  を含む  $x$  の関数  $x^n e^{ixy}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) の不定積分

$$\int x^n e^{ixy} dx$$

を  $n = 0, 1, 2$  について求めよ。

- (ii) 周期  $2\pi$  の周期関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \begin{cases} -x & -\pi < x \leq 0, \\ ax^2 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

で与えるとき、 $f(x)$  が連続関数になるよう定数  $a$  を定め、さらに  $f$  のフーリエ級数展開を求めよ。

2 周期  $2\pi$  の周期関数  $g(x)$  を

$$g(x) = e^{tx} \quad (-\pi < x \leq \pi)$$

で定める。ただし、 $t$  は実パラメータとする。

- (i) 関数  $g$  のフーリエ係数  $g_n$  を求めよ。
- (ii) 関数  $g$  に対してその内積  $(g|g)$  を  $g_n$  をつかって表す公式について説明し、さらに級数

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{t^2 + n^2}$$

を  $t$  の式として具体的に求めよ。