複素解析学 II 3 回目 (2002/2/1)

問題 $\boxed{1}$ は解答用紙の表に、問題 $\boxed{2}$ は裏に解答すること。

$\boxed{1}$

(i) x, y の関数 $f(x,y) = x^2 - y^2 + 2ixy$ を $z = x + iy$, $\overline{z} = x - iy$ の式で表せ。

(ii) (i) で与えた関数 $f(x,y)$ を曲線 C: $z(t) = \frac{1}{t^2+1} + it$ $(0 \leq t \leq 1)$ に沿って線積分した

$$\int_C f(x,y)dz$$

の値を求めよ。

$\boxed{2}$

(i) 複素数 z の関数 $1/(z^2+1)$ を部分分数の和の形で書き表せ。

(ii) 複素平面で、i を中心とする半径 1 の円周に沿って反時計まわりに 0 から $2i$ に至る曲線 (半円) を C で表すとき、線積分

$$\int_C \frac{1}{z^2+1}\,dz$$

の値を求めよ。