複素解析学 II 1 回目 (2001/11/2)

問題 1 は解答用紙の表に、問題 2 は裏に解答すること。

1

(i) 右図の曲線 C に沿った (複素) 線積分

$$\int_C f(z)\,dz$$

の値を求めよ。ここで、

$$f(x+iy) = xy, \qquad x, y \in \mathbb{R}$$

である。

(ii) 関数 xy は、$x+iy$ の冪級数で書き表せるかどうか、説明せよ。

2

(i) 下図の閉曲線と複素数 z の関数

$$\frac{e^{iz}}{z}$$

に対してコーシーの積分定理を適用することにより、積分

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

の値を求めよ。

(ii) 同じ閉曲線で、e^{-iz}/z という関数を使った場合には、どうなるか説明せよ。